Le changement de Paramètre (taille de Pores à taille de particule solide)

se fait via la surface spécifique S_p.

Dans le milieu de Kozeny.

$$S_p = \frac{N \pi \delta l}{S_L} = n \pi \delta t.$$

d'où

$$\delta = \frac{S_p}{N \pi t} \quad (*)$$

et

$$K = \frac{\eta \, S_p^2}{n^2 \pi^2 t^2 \, 32 \, t^2}$$

Cherchons à relier le volume total V à la taille.

Caractéristique des particules et passons par la Porosité

$$\eta = 1 - \frac{V_s}{V}.$$

$$\frac{V_s}{V} = 1 - \eta.$$

$$V = \frac{V_s}{1-\eta} = \frac{4/3 \, \pi d^3/8}{1-\eta}.$$

et

$$S_p = \frac{\pi d^2 \, (1-\eta)}{4/3 \, \pi d^3/8}$$

$$= \frac{6(1-\eta)}{d}.$$

$n = 4n$

Par retour dans $(*)$

$$\delta = \frac{6(1-\eta)}{4\eta \pi t} = \frac{6(1-\eta)\pi \delta^2 t}{d^4 \eta \pi t}$$

Par report dans K_{Kozeny}, j'obtiens la relation de Kozeny-Carman

$$K_{KC} = \frac{\eta^3 \, 36 (1-\eta)^2}{d^2 n^2 \pi^2 t^2 \, 32 \, t^2}.$$

et $n = \frac{4n}{\pi \delta^2 t}$

Notons η la porosité

1. Evaluation de la porosité

$$\boxed{\eta = \frac{N\pi\delta^2}{4S.L}\, l}$$

E notant :

$$n = \frac{N}{S}.$$

$$\eta = \frac{n\pi\delta^2 l}{4L} = n\frac{\pi}{4}\delta^2 t.$$

$$\boxed{n = \frac{4\eta}{\pi\delta^2 t}}.$$

2. Ecoulement dans un capillaire rectiligne de longueur l loi de Poiseuille.

$$Q_v = \frac{\pi}{128}\frac{\delta^4}{\mu}\frac{\Delta P}{l}.$$

3. Relions ceci à la vitesse Darcéenne

$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{1}{S}\vec{Q_{tot}}$$

$$= \frac{N}{S} Q_v = n\, Q_v \vec{e_z}.$$

et

$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{4\eta}{\pi\delta^2 t}\frac{\pi}{128}\frac{\delta^4}{\mu}\frac{\Delta P}{l}\frac{L}{L}\vec{e_z}$$

$$= \frac{\eta\delta^2}{\mu 32 t^2}\frac{\Delta P}{L}\vec{e_z} = \frac{-K}{\mu}.\nabla P.$$

et

$$\boxed{K_{Kozeny} = \frac{\eta\delta^2}{32 t^2}}$$ → ça ne marche pas trop dans un sol.

Geometrie pour l'etude de Carman.

$$\bar{A}(x_1) = \bar{A}(0) + \frac{x_1}{1!}\frac{d\bar{A}}{dx_1}(0) + \frac{x_1^2}{2!}\frac{d^2\bar{A}}{dx_1^2}(0) + o(l^2)$$

Remarque : cliquement

$l \simeq 10^{-3}$ m, donc

$l^2 \simeq 10^{-6}$ m et l^3 n'a plus de sens pour un milieu Continu.

$$\langle A \rangle = \frac{1}{l}\int_{-l/2}^{l/2} \bar{A}(0) + x_1 \frac{d\bar{A}}{dx_1}(0) + \frac{x_1^2}{2}\frac{d^2\bar{A}}{dx_1^2}(0) + o(x_1^2)\, dx_1$$

$$= \bar{A}(0) + + 2\frac{d^2\bar{A}(0)}{dx_1^2}\left[\frac{x_1^3}{3}\right]_0^{l/2} + \frac{1}{l}\, o\left(\left[\frac{2x_1^3}{3}\right]_0^{l/2}\right)$$

$$= \bar{A}(0) + \frac{l^2}{24}\frac{d^2\bar{A}(0)}{dx_1^2} + o\left(\frac{2l^2}{8}\right).$$

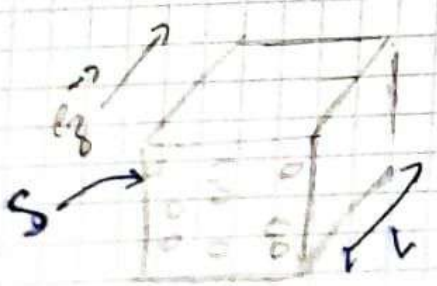
Evaluant $\frac{d^2\bar{A}(0)}{dx_1^2} \simeq \frac{\bar{A}(0)}{l^2}$.

$$\langle A \rangle \simeq \bar{A}(0)\left(1 + \frac{1}{24}\right)$$
$$\simeq \bar{A}(0) \qquad \text{CQFD.}$$

"Hypothèse de "

o : petite o pas zéro.

Modèle de Perméabilité pour un milieu de Kozeny



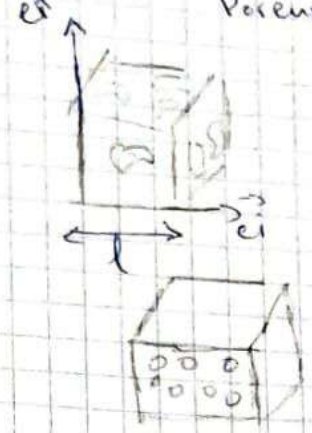
diamètre δ

N capillaires de longueur l et donc la tortuosité vaut $\Rightarrow t = \frac{l}{L}$

13 Fév - milieux Poreux

M. Poreux

Surface Vide
Surface d'écoul



Soit un milieux faiblement structuré
O au centre du Cube du coté l

Contexe : milieu de Kozeny (pseudo 1D)
(pseudo 1D)
faisceau Capilaires
tortueux (même rayon)
longueur : $t.l$
où t est la tortuosité du diamètre δ

Mesure sur une face de normale $\vec{e_z}$ de la porosité

$$\phi_{3D} = \frac{\frac{N\pi\delta^2}{4}\, t.l}{l^3} = \frac{N\pi\delta^2 t}{4 l^2}$$

$$\phi_{2D} = \frac{N\pi\delta^2}{4l^2}$$ équivalent à la tortuosité près

Pour une Face de normale $\vec{e_1}$

$$\phi_{2D} = 0 \neq \phi_{3D}.$$

Prenons une facette en x_1 de normale $\vec{e_1}$. Je calcule la moyenne surfacique d'un champ.

$$\bar{A}(x_1) = \frac{1}{S}\int_S A(M)\, dM.$$

Pour obtenir la moyenne 3D :

$$\langle A \rangle = \frac{1}{l}\int_{-l/2}^{l/2} \bar{A}(x_1)\, dx_1.$$

Le milieu etant faiblement structuré, je peux développer $A(x_1)$ en Serie de Taylor à partir de l'origine.